**Программа**

**Модуль 1. Уравнения математической физики как математические модели**

**Лекция 1**. *Уравнения математической физики как математические модели*

Производная и ее геометрическая и механическая интерпретации.

Восстановление кривой по известной касательной.

Уравнение падения тела как математическая модель.

Задача Коши для дифференциальных уравнений.

Восстановление поверхности по касательной плоскости.

Уравнения в частных производных первого порядка. Характеристики.

Задание. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

**Лекция 2**. *Уравнения математической физики как математические модели*

Уравнение теплопроводности и его различные интерпретации.

Уравнение колебания струны.

Уравнения Пуассона и Лапласа и их интерпретация.

Задание. Уравнения в частных производных первого порядка.

**Модуль 2. Классификация уравнений математической физики**

**Лекция 3**. *Классификация уравнений в частных производных второго порядка.*

Приведение уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными к каноническому виду.

Классификация уравнений в частных производных второго порядка.

Задание. Приведение уравнений к каноническому виду.

**Модуль 3. Уравнения гиперболического типа**

**Лекция 4**. *Задача Коши для уравнения колебания струны.*

Движение неограниченной струны.

Постановка задачи Коши для уравнения колебания струны.

Метод Д'Аламбера.

Бегущие волны.

Задание. Задача Коши для уравнения колебания струны.

**Лекция 5**. *Колебание струны с закрепленными концами.*

Первая краевая задача для уравнения колебания струны.

Метод разделения переменных.

Задача Штурма – Лиувилля.

Решение первой краевой задачи для уравнения колебания струны.

Задание. Колебание струны с закрепленными концами.

**Лекция 6**. *Колебание струны со свободными концами.*

Вторая краевая задача для уравнения колебания струны.

Метод разделения переменных.

Задача Штурма – Лиувилля.

Решение второй краевой задачи для уравнения колебания струны.

Задание. Колебание струны со свободными концами.

**Лекция 7**. *Вынужденные колебания струны.*

Неоднородное уравнение колебания струны.

Метод Фурье

Решение краевых задач для неоднородного уравнения колебания струны.

Задание.Вынужденные колебания струны.

**Модуль 4. Уравнения параболического типа**

**Лекция 8**. *Уравнение теплопроводности при известной температуре на границе.*

Первая краевая задача для уравнения теплопроводности.

Метод разделения переменных.

Задача Штурма – Лиувилля.

Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности.

Задание. Уравнение теплопроводности при известной температуре на границе.

**Лекция 9**. *Уравнение теплопроводности при известном потоке тепла через границу.*

Вторая краевая задача для уравнения теплопроводности.

Метод разделения переменных.

Задача Штурма – Лиувилля.

Решение второй краевой задачи для уравнения теплопроводности.

Задание. Уравнение теплопроводности при известном потоке тепла через границу.

**Лекция 10**. *Уравнение теплопроводности при наличии тепловых источников.*

Неоднородное уравнение теплопроводности.

Метод Фурье.

Решение краевых задач для неоднородного уравнения теплопроводности.

Задание. Уравнение теплопроводности при наличии тепловых источников.

**Модуль 5. Уравнения эллиптического типа**

**Лекция 11**. *Уравнение Лапласа и его связь с теорией функций комплексного переменного и вариационным исчислением.*

Аналитические и гармонические функции.

Минимизация функций и условие стационарности.

Интеграл Дирихле и вариационный метод.

Задание. Вариационный метод в задачах математической физики.

**Лекция 12**. *Уравнение электростатического поля в круге.*

Потенциал электростатического поля точечного заряда и бесконечного провода.

Уравнение Лапласа в круге.

Метод разделения переменных.

Решение внутренней и внешней краевой задачи для уравнения Лапласа в круге.

Задание. Уравнение Лапласа в круге.

**Лекция 13**. *Метод функций Грина для уравнений Лапласа и Пуассона.*

Интегрирование по частям и формулы Грина.

Интегральное представление гармонической функции.

Метод функций Грина для задач математической физики.

Задание. Метод функций Грина для задач математической физики.

**Модуль 6. Приближенное решение задач математической физики**

**Лекция 14**. *Метод конечных разностей для задач математической физики.*

Аппроксимация производных.

Метод Эйлера для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Метод конечных разностей для уравнения теплопроводности.

Явная разностная схема для уравнения теплопроводности.

Задание. Метод конечных разностей для задач математической физики.

**Модуль 7. Обратные задачи математической физики**

**Лекция 15**. *Обратные задачи математической физики*

Идентификация математической модели.

Прямая и обратная задачи математической физики.

Обратные задачи математической физики и теория экстремума.

Задание. Обратные задачи математической физики.

**Program**

**Module 1. Equations of mathematical physics as mathematical models**

**Lecture 1.** *Equations of mathematical physics as mathematical models*

Derivative and its geometric and mechanical interpretation.

Determining of a curve by a known tangent.

Equation of the fall of the body as a mathematical model.

Cauchy problem for differential equations.

Determining of a surface on a tangent plane.

Partial differential equations of the first order. Characteristics.

Task. Ordinary differential equations.

**Lecture 2.** *Mathematical physics equations as mathematical models*

Heat equation and its different interpretations.

Vibrating string equation.

Poisson and Laplace equations and their interpretation.

Task. Partial differential equations of the first order.

**Module 2. Classification of mathematical physics equations**

**Lecture 3.** *Classification of second order partial differential equations.*

Reduction of partial differential equations of the second order with two independent variables to the canonical form.

Classification of second order partial differential equations.

Task. Reduction of equations to the canonical form.

**Module 3. Hyperbolic equations**

**Lecture 4.** *Cauchy problem for the vibrating string equation.*

Motion of unlimited string.

Formulation of the Cauchy problem for the vibrating string equation.

D'Alembert method.

Running waves.

Task. Cauchy problem for the vibrating string equation.

**Lecture 5.** *Vibrating string equation with fixed ends.*

First boundary value problem for the vibrating string equation.

Method of variable separation.

Sturm – Liouville problem.

Solution of the first boundary value problem for the vibrating string equation.

Task. Vibrating of string with fixed ends.

**Lecture 6.** *Vibrating string equation with free ends.*

Second boundary value problem for the vibrating string equation.

Method of variable separation.

Sturm – Liouville problem.

Solution of the second boundary value problem for the vibrating string equation.

Task. Vibrating of string with free ends.

**Lecture 7.** *Forced vibrating of the string.*

Inhomogeneous vibrating string equation.

Fourier method.

Solution of boundary value problems for the inhomogeneous vibrating string equation.

Task. Forced vibrations of the string.

**Module 4. Parabolic equations**

**Lecture 8.** *Heat equation with known temperature at the boundary.*

First boundary problem for the heat equation.

Method of variable separation.

Sturm – Liouville problem.

Solution of the first boundary value problem for the heat equation.

Task. Heat equation with known temperature at the boundary.

**Lecture 9.** *Heat equation with known heat flux through the boundary.*

Second boundary problem for the heat equation.

Method of variable separation.

Sturm – Liouville problem.

Solution of the second boundary value problem for the heat equation.

Task. Heat equation with known heat flux through the boundary.

**Lecture 10.** *Heat equation in the presence of heat sources.*

Inhomogeneous heat equation.

Fourier method.

Solution of boundary value problems for the inhomogeneous heat equation.

Task. Heat equation in the presence of heat sources.

**Module 5. Elliptic equations**

**Lecture 11.** *Laplace equation and its connection with theory of functions of a complex variable and variational calculus.*

Analytical and harmonic functions.

Minimization of functions and stationary condition.

Dirichlet integral and variational method.

Task. Variational method in mathematical physics problems.

**Lecture 12.** *Electrostatic field equation in a circle.*

Potential of the electrostatic field of a point charge and an infinite wire.

Laplace equation in a circle.

Method of variable separation.

Solution of the inner and outer boundary value problem for the Laplace equation in a circle.

Task. Laplace equation in a circle.

**Lecture 13.** *Green functions method for the Laplace and Poisson equations.*

Integration by parts and Green formulas.

Integral representation of the harmonic function.

Green function method for mathematical physics problems.

Task. Green function method mathematical physics problems.

**Module 6. Approximate solution of mathematical physics problems**

**Lecture 14.** *Finite difference method for mathematical physics problems.*

Approximation of derivatives.

Euler method for ordinary differential equations.

Finite difference method for the heat equation.

Explicit difference scheme for the heat equation.

Task. Finite difference method for mathematical physics problems.

**Module 7. Inverse problems of mathematical physics**

**Lecture 15.** *Inverse problems of mathematical physics*

Identification of the mathematical models.

Direct and inverse problems of mathematical physics.

Inverse problems of mathematical physics and the theory of extremum.

Task. Inverse problems of mathematical physics.